

BLOQUE DE ANÁLISIS
ACTIVIDADES DE REPASO

FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

1) Representa estas funciones e indica el dominio de cada una de ellas:

a)

$$y = \begin{cases} 3 - 2x & , \quad x \leq 2 \\ -1 & , \quad 2 < x \leq 3 \\ \frac{x+1}{2} & , \quad x > 3 \end{cases}$$

b)

$$y = \begin{cases} -\frac{x}{3} & , \quad x \leq 0 \\ \sqrt{x} & , \quad 0 < x \leq 4 \\ 2 & , \quad x > 4 \end{cases}$$

c)

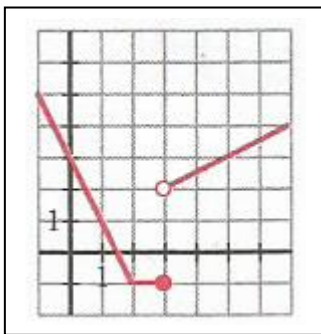
$$y = \begin{cases} -x & , \quad x < 0 \\ x^2 - 3x & , \quad 0 \leq x \leq 3 \\ x - 3 & , \quad 3 < x < 5 \end{cases}$$

d)

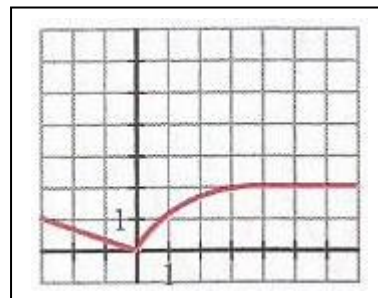
$$y = \begin{cases} x + 2 & , \quad x \leq -1 \\ -x^2 + 2x & , \quad -1 < x < 1 \\ \frac{1}{x} & , \quad x > 1 \end{cases}$$

Solución:

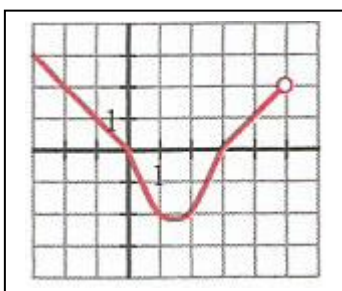
a) $D = \mathbb{R}$



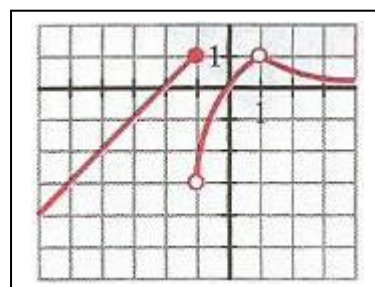
b) $D = \mathbb{R}$



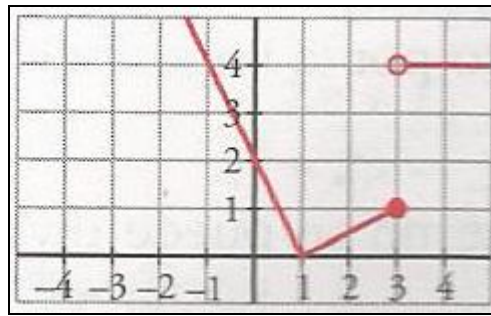
c) $D = (-\infty, 5)$



d) $D = \mathbb{R} - \{1\}$



2) Escribe la expresión analítica correspondiente a la función cuya gráfica es:

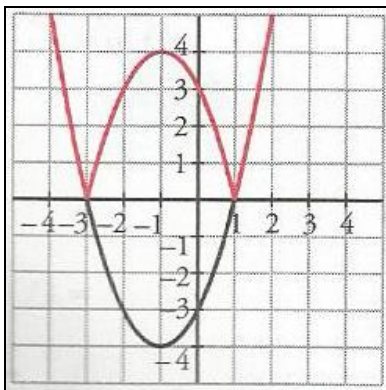


Solución:

$$y = \begin{cases} -2x + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2} & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

3) a) Representa gráficamente la función $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$

Solución:



b) Ayudándote de la gráfica, expresa $f(x)$ como función "a trozos".

Solución:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{si } x \leq -3 \\ -x^2 - 2x + 3 & \text{si } -3 < x < 1 \\ x^2 + 2x - 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

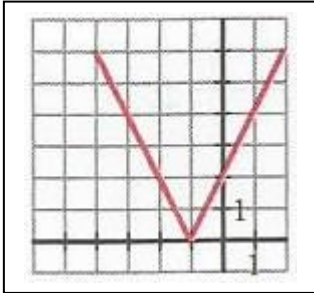
4) Representa y define como función "a trozos" en cada caso:

a) $y = |-2x - 2|$

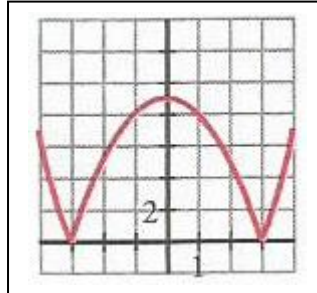
b) $y = |x^2 - 9|$

Solución:

a)



b)



$$y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x + 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 9 & \text{si } x \leq -3 \\ -x^2 + 9 & \text{si } -3 < x < 3 \\ x^2 - 9 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

5) Una agencia de viajes organiza un crucero por el Mediterráneo. El precio del viaje es de 1000 € si se reúne entre 30 y 60 pasajeros; cuando el número es menor de 30, el crucero se suspende. Pero, si supera los 60, hace una rebaja de 10 euros a cada participante por cada nuevo pasajero.

a) Halla la función que da el precio del crucero dependiendo del número de viajeros. Representala gráficamente.

b) Calcula la función que da el ingreso total que obtiene la agencia organizadora en función del número de viajeros. Representala gráficamente.

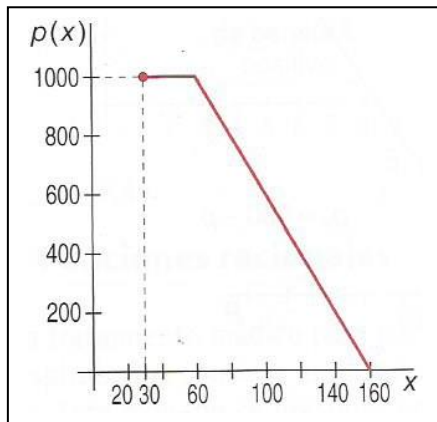
c) Critica los resultados hallados.

Solución:

a)

$$p(x) = \begin{cases} 1000 & \text{si } 30 \leq x \leq 60 \\ 1600 - 10x & \text{si } x > 60 \end{cases}$$

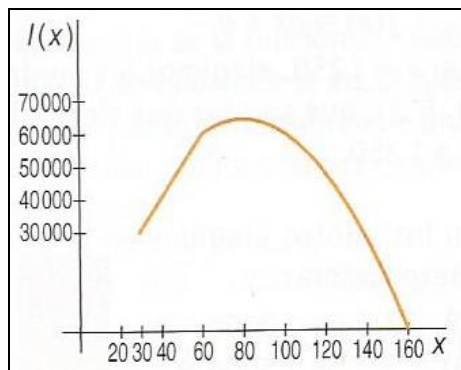
Su representación gráfica es:



b)

$$I(x) = \begin{cases} 1000x & \text{si } 30 \leq x \leq 60 \\ 1600x - 10x^2 & \text{si } x > 60 \end{cases}$$

Su representación gráfica es:



c) Parece obvio que la agencia de viajes debería haber fijado un tope para las rebajas, ya que, de lo contrario, si el número de participantes aumentase mucho, el viaje se abarataría demasiado, pudiéndoles salir gratis (o incluso negativo). En la gráfica se observa cómo los ingresos disminuyen a partir de $x = 80$, que es el vértice de la parábola.